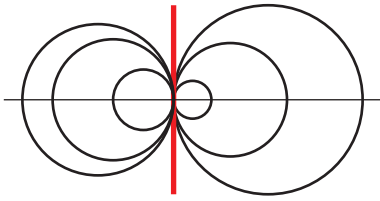
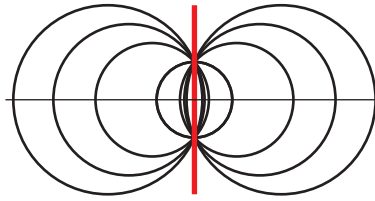


TANGENCIA. Conceptos, propiedades y normas.



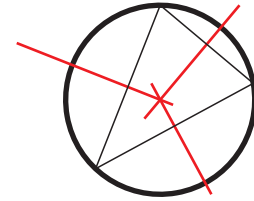
Por un punto pasan infinitas circunferencias tangentes.

La recta tangente a ellas por dicho punto es su eje radical.



Por dos puntos pasan infinitas circunferencias secantes formando un haz.

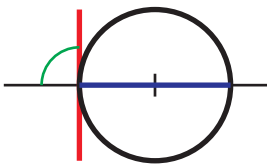
La recta que une los dos puntos es su eje radical.



Por tres puntos no alineados sólo puede pasar una circunferencia.

Su centro coincide con el circuncentro del triángulo.

Recta y circunferencia tangentes.



Circunferencia y recta tangentes sólo tienen un punto común.

La recta tangente y el diámetro que pasa por el punto de tangencia son siempre perpendiculares.

Circunferencias tangentes.

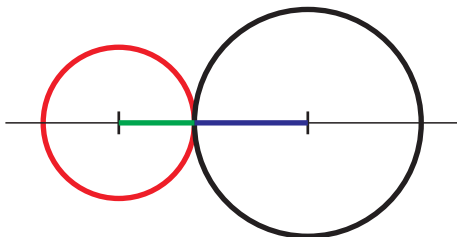
Dos circunferencias tangentes sólo tienen un punto en común.

Existen dos posiciones entre ellas: tangentes exteriores y tangentes interiores.

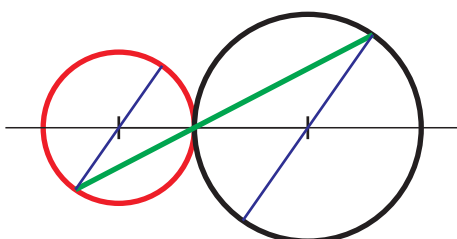
Dos circunferencias tangentes mantienen siempre sus centros y el punto de tangencia alineados.

TANGENTES EXTERIORES

La distancia entre sus centros es igual a la suma de sus radios.

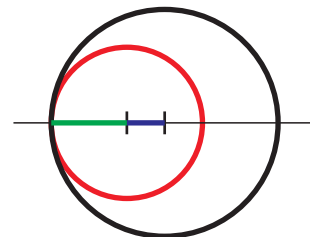


La línea que une los extremos opuestos de dos diámetros paralelos pasa por el punto de tangencia. (Inversión)

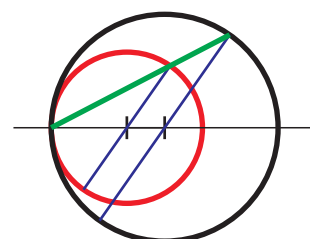


TANGENTES INTERIORES

La distancia entre centros es igual a la diferencia entre sus radios.



La línea que une los extremos del mismo lado de dos diámetros paralelos pasa por el punto de tangencia. (Inversión)

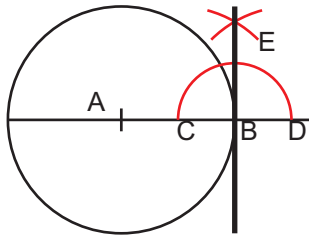


Puntos de tangencia y centros de circunferencias deben señalarse en la resolución de ejercicios

TANGENCIA. Tangencia entre recta y circunferencia.

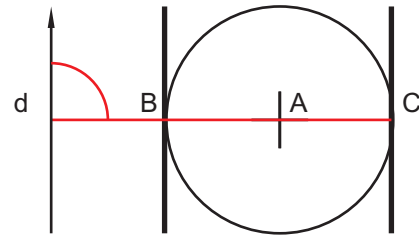
Recta tangente a una circunferencia en un punto de ella.

Trazar una recta perpendicular por el punto al radio que lo une al centro.



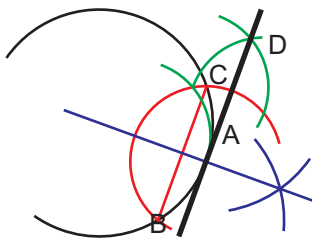
Recta tangente a una circunferencia y paralela a una dirección.

Trazar un diámetro perpendicular a la dirección dada y paralelas a ésta por los extremos de aquel.



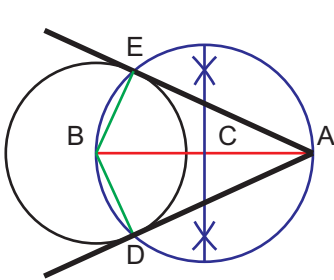
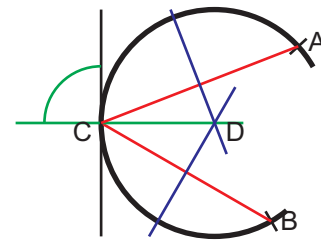
Recta tangente a un arco de circunferencia en un punto.

Trazar una cuerda mediante un arco de circunferencia desde el punto dado. Por dicho punto hallar la perpendicular a la mediatriz de la cuerda para determinar la tangente.



Recta tangente a un arco de circunferencia en un punto. (1)

Trazar las mediatrices de dos cuerdas del arco para determinar el centro de la circunferencia a la que pertenece. Construir la recta perpendicular por el punto al radio que lo une a dicho centro.

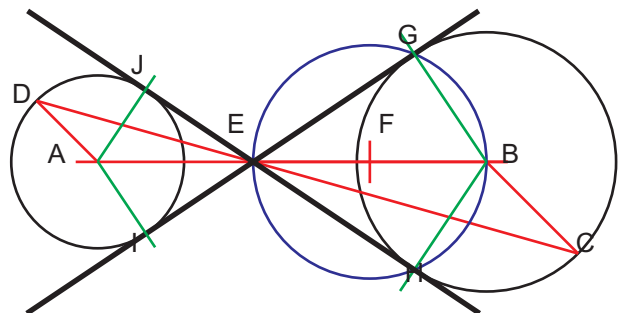
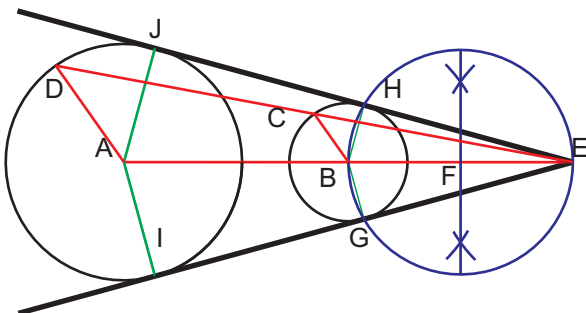


Recta tangente a una circunferencia desde un punto exterior a ella. (Arco capaz)

La recta tangente y el radio trazado por el punto de tangencia son perpendiculares entre sí. El arco capaz de 90°, del segmento que une el punto exterior con el centro de la circunferencia, corta a ésta en dos puntos por los que pasan las rectas tangentes.

Recta tangente a dos circunferencias. (Homotecia)

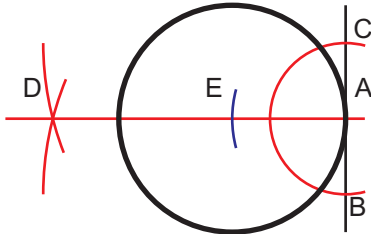
Uniendo los extremos de dos radios paralelos obtenemos un punto, tanto en la homotecia directa como en la inversa, desde el cual se pueden trazar rectas tangentes a una circunferencia. El arco capaz de 90°, del segmento que une el punto hallado con el centro de la circunferencia, corta a ésta en dos puntos por los que pasan las rectas tangentes.



TANGENCIA. Tangencia entre recta y circunferencia. 1

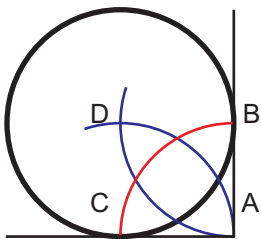
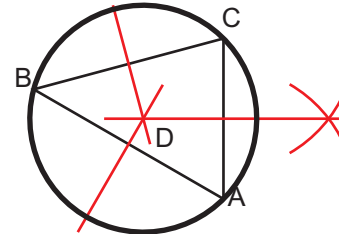
Circunferencia, radio dado, tangente a una recta en un punto de ella.

Levantar una perpendicular por el punto de la recta y llevar, a partir de él, la longitud del radio para determinar el centro de la circunferencia.



Circunferencia que pasa por tres puntos no alineados. Circunscrita al triángulo.

Trazar las mediatrices de los segmentos que unen los puntos para determinar el centro en el punto de corte de todas ellas.

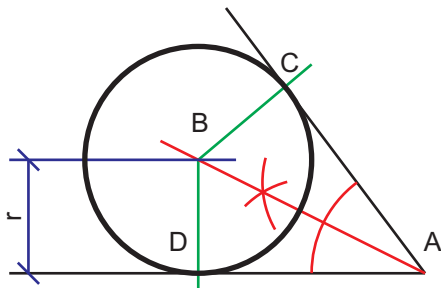


Circunferencia, radio dado, tangente a dos rectas convergentes. Ángulo recto.

Trazar un arco, de centro el vértice y radio el dado, que corte ambos lados del ángulo obteniendo los puntos de tangencia. Con idéntico radio y centro en los cortes anteriores trazar otros dos arcos que determinan el centro de la circunferencia en su punto de corte.

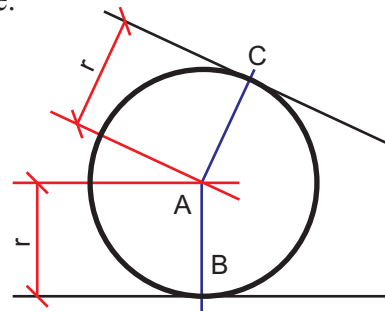
Circunferencia, radio dado, tangente a dos rectas convergentes. Vértice propio.

El centro de la circunferencia se encontrará en la bisectriz. Trazar, a la distancia del radio dado, una paralela a uno de los lados del ángulo hasta que corte a la bisectriz y determine el centro.



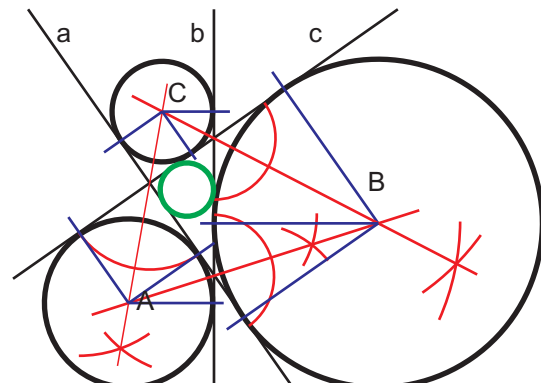
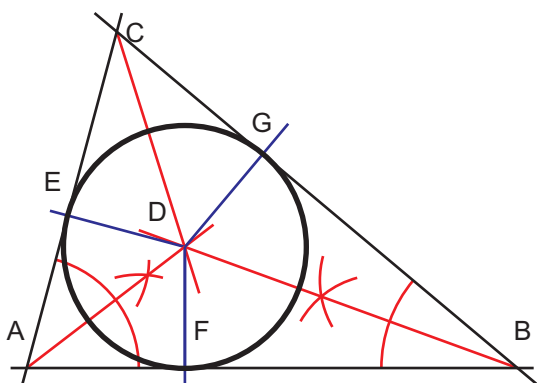
Circunferencia, radio dado, tangente a dos rectas convergente. Vértice inaccesible.

Las paralelas trazadas, a la distancia del radio dado, a ambos lados del ángulo se cortan en un punto que es el centro de la circunferencia tangente.

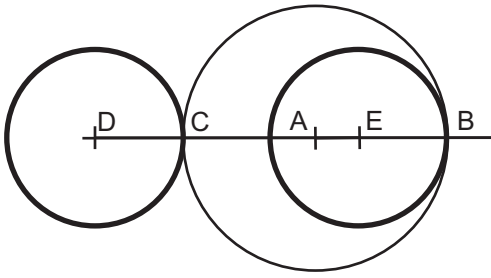


Circunferencia tangente a tres rectas. Inscrita y exinscritas a los lados de un triángulo.

Trazar las bisectrices de los ángulos interiores para determinar el incentro y las bisectrices de los ángulos exteriores para determinar los tres exincentros respectivamente.



TANGENCIA. Tangencia entre circunferencias.



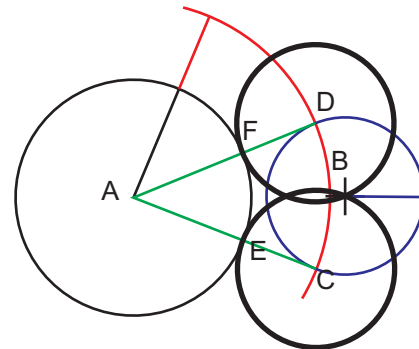
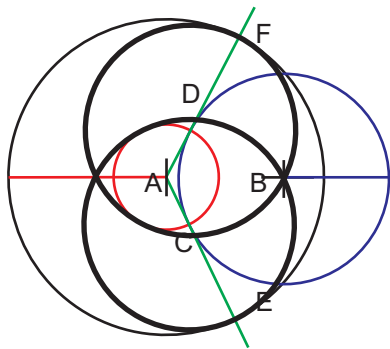
Circunferencia, radio dado, tangente exterior e interior a otra.

Prolongar el radio que pasa por el punto de tangencia y añadir, a partir de éste, el radio dado para determinar el centro de la circunferencia tangente exterior; para la interior restar el radio, también a partir del punto de tangencia.

Circunferencia, radio dado, tangente a otras dos:

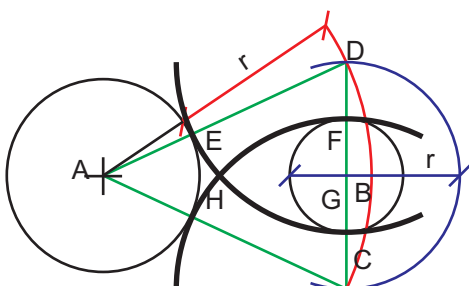
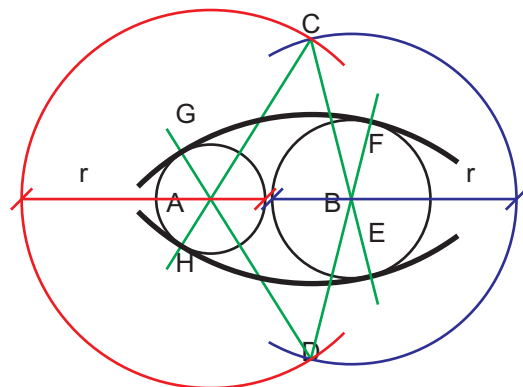
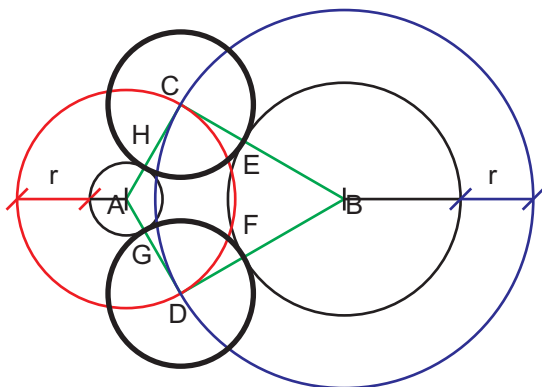
Tangente a circunferencia y que pase por un punto(circunferencia radio 0) dentro o fuera de ella.

Añadir o disminuir, el radio dado, al de la circunferencia y trazar concéntricas con los segmentos obtenidos. Con centro en el punto y también el radio dado, describir otra circunferencia que corte a las concéntricas determinando los centros de las soluciones posibles.



En forma cóncava. Tangentes exteriores / En forma convexa. Tangentes interiores.

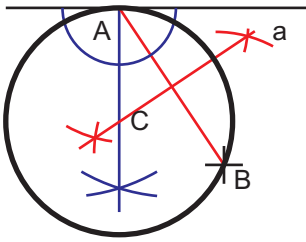
Al radio de las dos circunferencias dadas, añadirle el de la que va a ser tangente exterior a ellas y trazar concéntricas, respectivamente, con los segmentos obtenidos. Los puntos de corte de éstas son los centros de las soluciones. Para las interiores, repetir las mismas operaciones pero restar el radio.



En forma intercalada. Tangente exterior con una e interior con la otra.

Al radio de las dos circunferencias dadas, añadirle y restarle el de la que va a ser tangente a ellas y trazar concéntricas con los segmentos obtenidos respectivamente. Los puntos de corte de éstas son los centros de las soluciones.

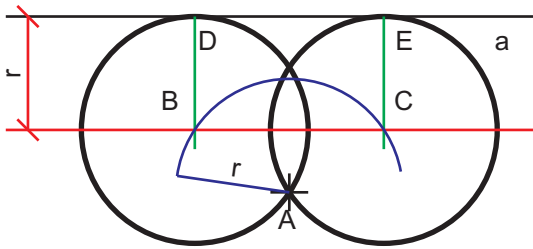
TANGENCIA. Tangencias entre circunferencias y rectas.



Circunferencia tangente a una recta en un punto de ella y que pasa por otro punto exterior.

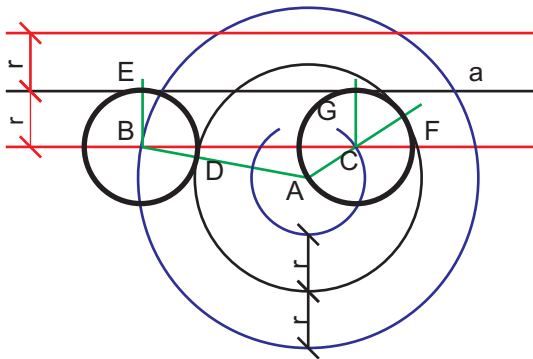
Hallar la mediatriz del segmento (cuerda de la circunferencia) que une el punto dado y el de la recta. Levantar, por este último, una perpendicular a la recta que corte a la mediatriz determinando el centro y radio de la circunferencia solución.

Circunferencia, radio dado, tangente a otra y a una recta:



Tangente a una recta y que pase por un punto (circunferencia radio = 0).

Trazar, a la distancia del radio dado, paralelas a la recta. Con centro en el punto describir una circunferencia, de radio el dado, que corte las paralelas determinando los centros de las soluciones.



Tangente a una recta y a otra circunferencia. Exterior e interior.

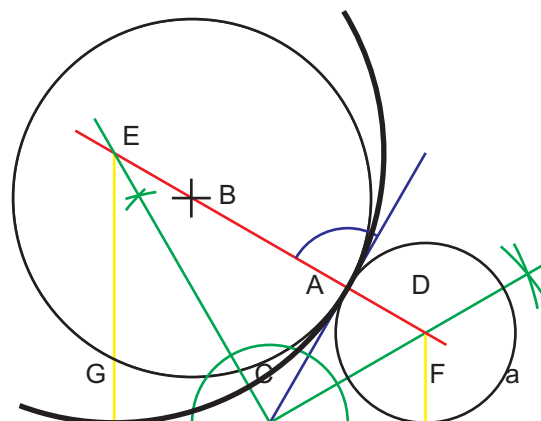
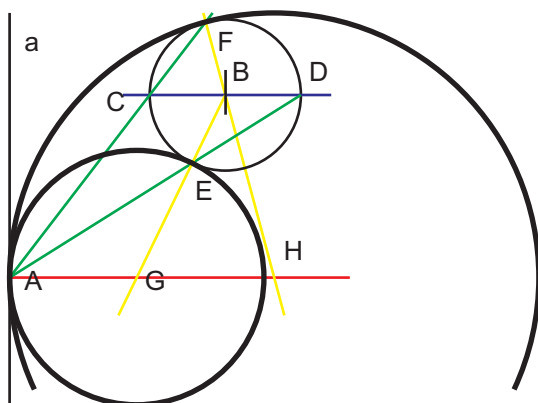
Trazar, a la distancia del radio dado, paralelas a la recta. Añadir o disminuir la longitud del radio dado al de la circunferencia y describir concéntricas con los segmentos suma y diferencia obtenidos. Los cortes de paralelas y concéntricas son los centros de las soluciones.

Circunferencia tangente, interior y exterior, a otra y a una recta en un punto de ella.

Levantar una perpendicular por el punto a la recta y trazar un diámetro paralelo a ella. Unir los extremos del diámetro con rectas que corten la circunferencia para obtener los puntos de tangencia. Las uniones de los puntos de corte con el centro de la circunferencia dan en la perpendicular los centros de las soluciones.

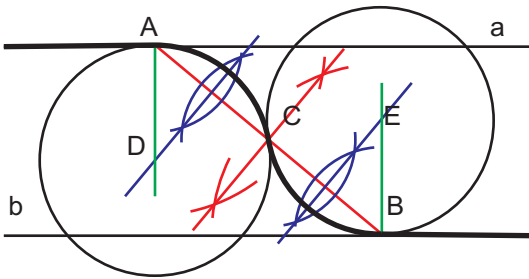
Circunferencia tangente, interior y exterior, a otra en un punto y a una recta.

Trazar la recta que une el centro con el punto de tangencia y una perpendicular a ella, por dicho punto, hasta cortar la recta dada obteniendo dos ángulos. Las bisectrices de estos ángulos cortan la recta que une centro y punto de tangencia determinando los centros y radios de las circunferencias solución.



TANGENCIA. Tangencias entre circunferencias y rectas. 1

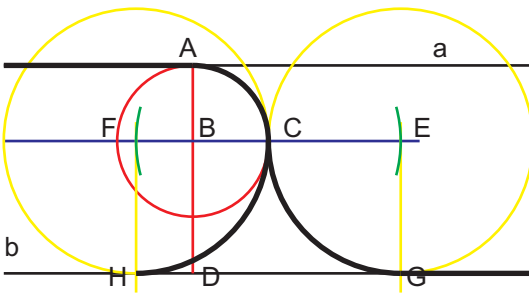
Enlace de dos rectas paralelas mediante dos arcos de circunferencia:



En forma de gola. Arcos iguales.

Dividir por la mitad el segmento que une los puntos de tangencia y trazar las mediatrices de los segmentos obtenidos.

Las perpendiculares a las rectas paralelas por los puntos de tangencia determinan los centros y radios al cortar dichas mediatrices.

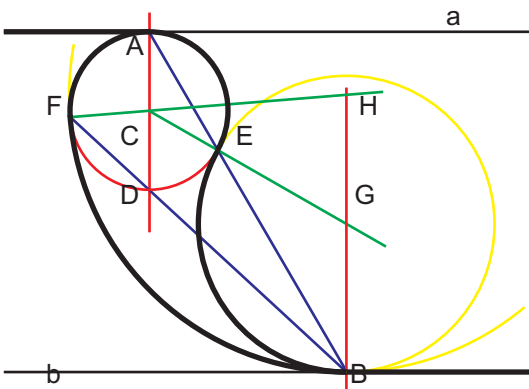


Cuadrantes de circunferencia.

(Diferente radio)

Trazar una perpendicular a una recta por un punto de ella. Situar la primera circunferencia tangente y trazar una recta paralela por su centro a las dadas.

Con radio, la distancia a la otra paralela desde el centro de la trazada, determinar los de las circunferencias, interior y exterior, a partir de uno de los cortes de la paralela y la circunferencia trazadas anteriormente.



Arcos de diferente radio.

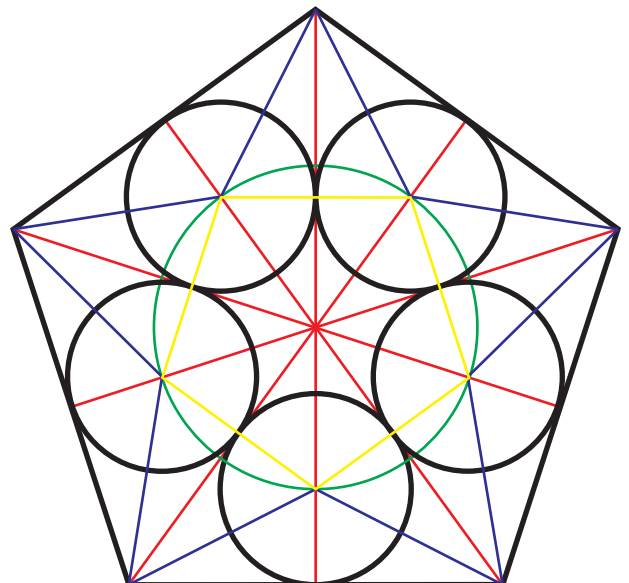
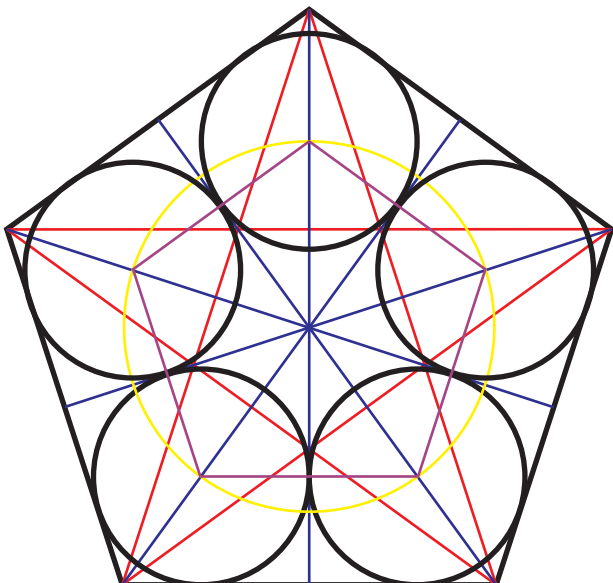
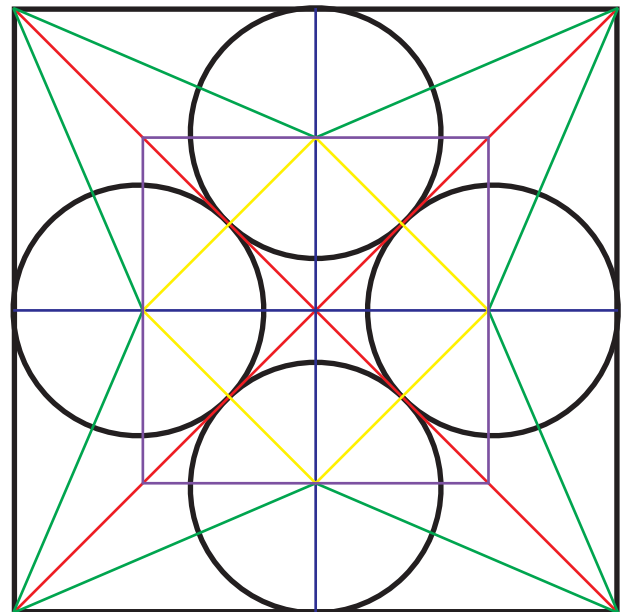
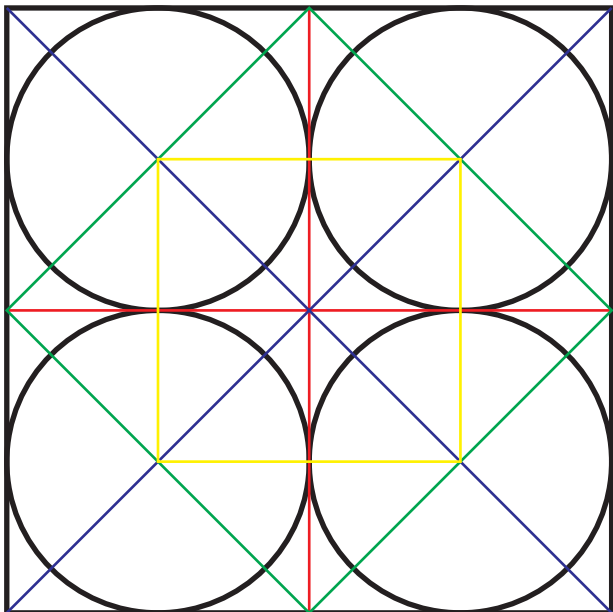
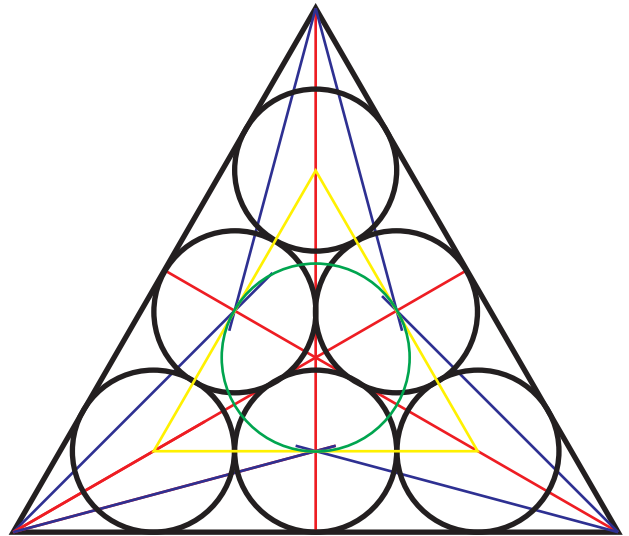
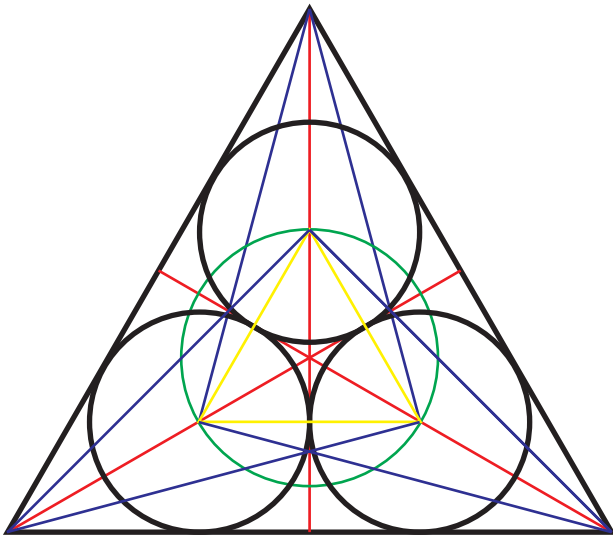
Trazar perpendiculares por los puntos de tangencia y situar la circunferencia dada.

Unir los extremos del diámetro, de la circunferencia trazada, con el punto de tangencia de la otra paralela para obtener los puntos de tangencia de las circunferencias exterior e interior.

La unión del centro, de la primera circunferencia, con los puntos de tangencia determina en las perpendiculares los centros y radios de las soluciones.

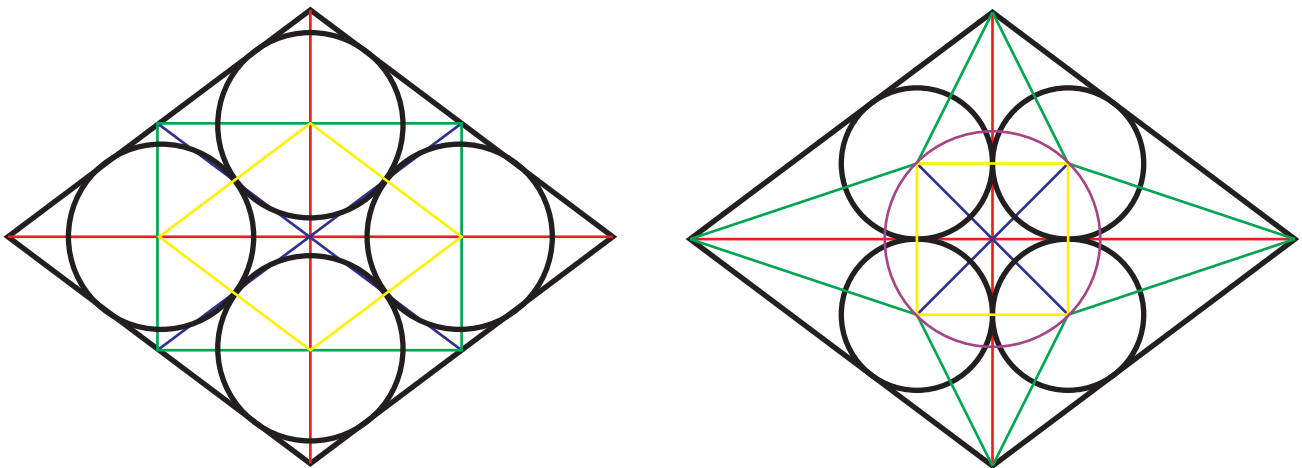
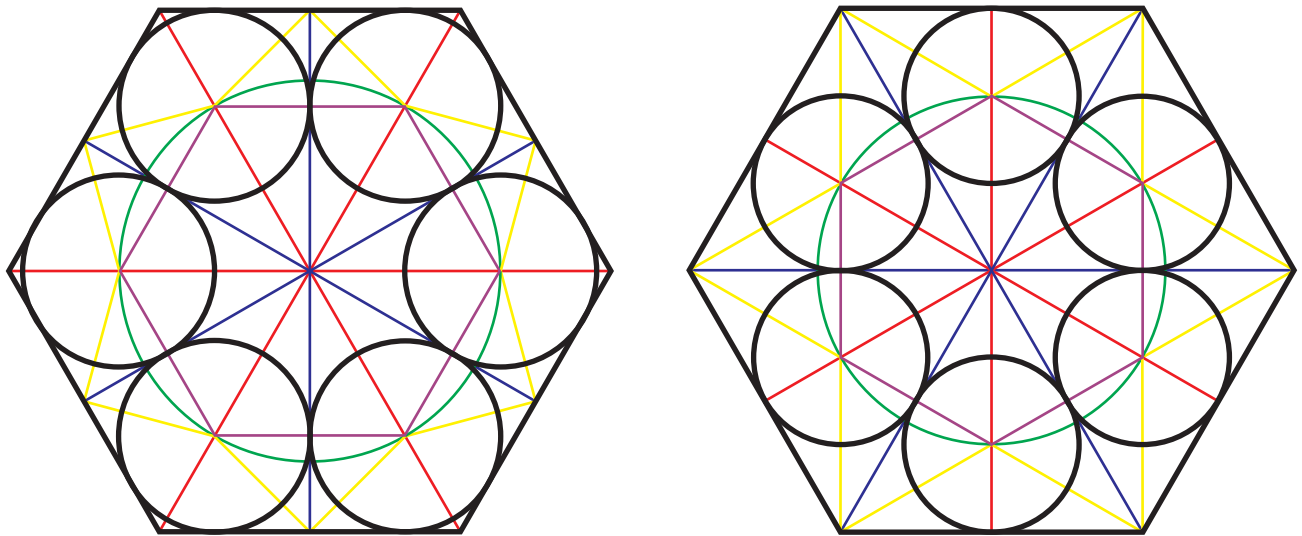
TANGENCIA. Circunferencias tangentes inscritas en polígonos y en la circunferencia.

Ejemplos gráficos de circunferencias tangentes entre sí e inscritas en polígonos.

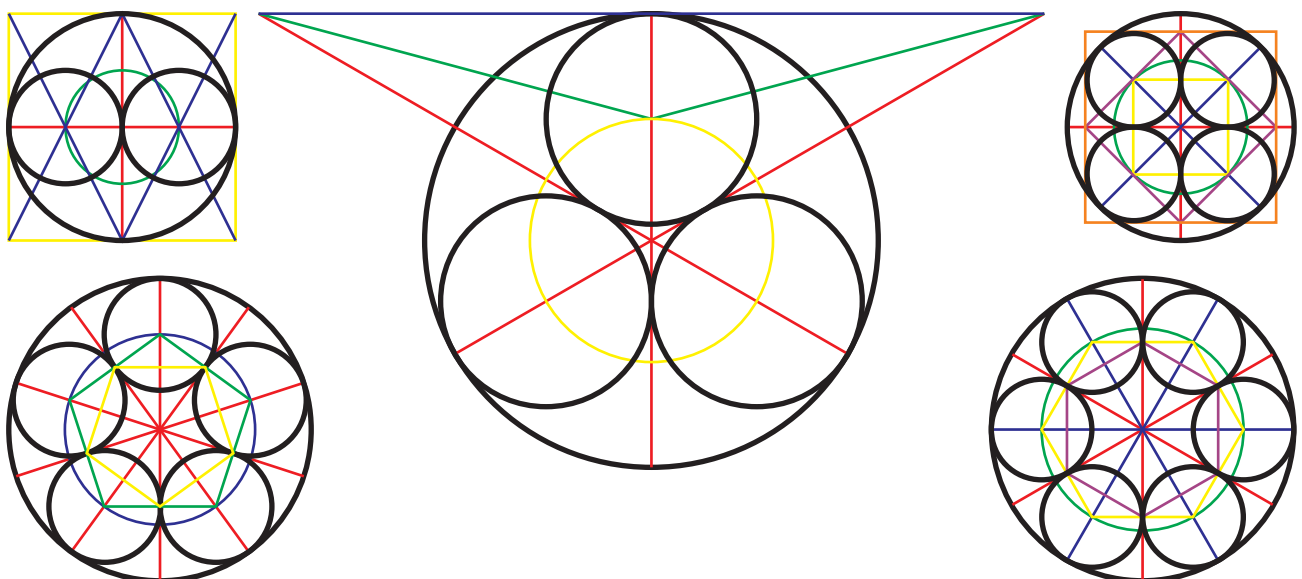


TANGENCIA. Circunferencias tangentes inscritas en polígonos y en la circunferencia. 1

Ejemplos gráficos de circunferencias tangentes entre sí e inscritas en polígonos.



Ejemplos gráficos de circunferencias tangentes entre sí e inscritas en otra.



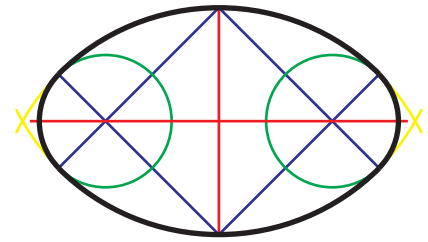
ÓVALO.

Óvalo.

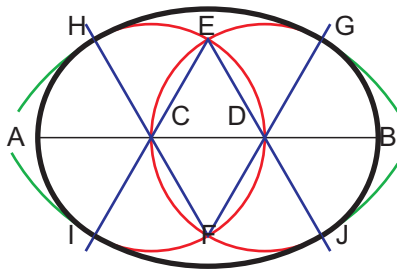
Curva cerrada y plana, formada por dos arcos iguales tangentes, en forma convexa, a otros dos, también iguales pero radio diferente al de los anteriores.

Tiene dos ejes perpendiculares que se cortan en el centro, dividiéndolo simétricamente. Los centros de los arcos están situados en dichos ejes.

Su aspecto de elipse permite sustituirlo por ella en la perspectiva isométrica.



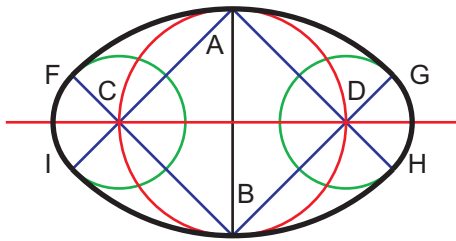
Construcción del ÓVALO.



Óvalo. Eje mayor. 3 partes.

Dividir el eje en tres partes iguales.

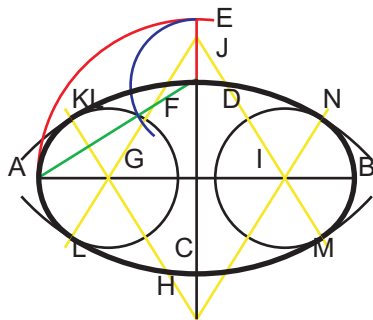
Desde los puntos hallados y radio una tercera parte del eje, trazar dos circunferencias que contienen dos arcos del óvalo. Los puntos de intersección entre sí de éstas son los otros dos centros de las que cierran el óvalo.



Óvalo. Eje menor.

Trazar una circunferencia de diámetro el eje menor.

Los extremos del eje menor son dos de los centros de las circunferencias que forman el óvalo, la recta que contiene el eje mayor corta a la circunferencia anterior en dos puntos que son los centros de las otras.

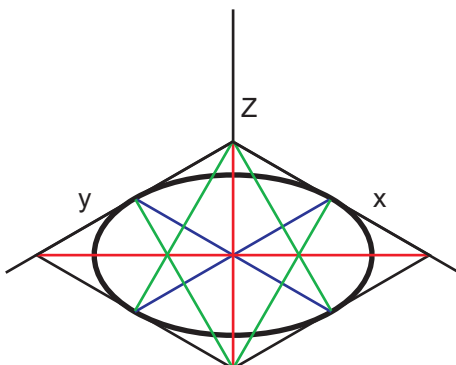


Óvalo. Ejes. Circunscrito a un rombo.

Situar los ejes perpendiculares entre sí y cortándose en el centro. Desde éste y mediante un arco, llevar el semieje mayor hasta coincidir con el menor y hallar su diferencia.

Desde el extremo del eje menor llevar la diferencia entre semiejes hasta la recta que une los extremos de éstos.

Hallar la mediatriz del segmento restante para determinar los centros de las circunferencia en su intersección con los ejes.



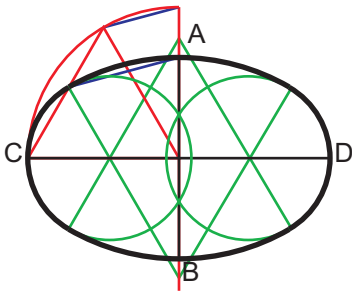
Óvalo isométrico.

En perspectiva isométrica el cuadrado circunscrito a una circunferencia es un rombo de ángulos 120° y 60° respectivamente.

La circunferencia es tangente en los puntos medios de los lados del cuadrado, puntos de enlace de las circunferencias tangentes que forman el óvalo. Estos puntos, unidos con los vértices de los ángulos de 120° y centros de dos circunferencias, determinan los centros de las otras dos sobre el eje mayor.

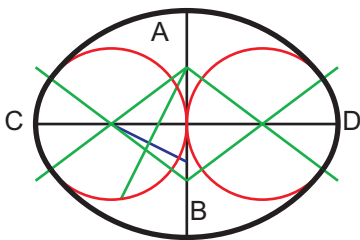
Construcción del ÓVALO.

Óvalo. Ejes. 1. (Descartes)



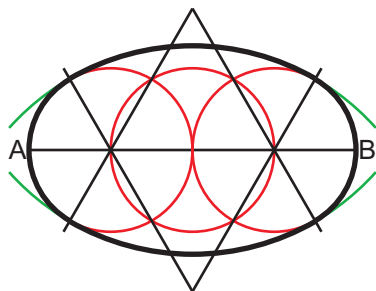
Construir un triángulo equilátero de lado el semieje mayor.
Llevar igual longitud sobre el eje menor desde el centro del óvalo.
Unir el punto hallado con el vértice del triángulo y trazar una paralela a este segmento por el extremo del eje menor.
Por el punto de corte obtenido en el lado del triángulo trazar una paralela al otro lado y determinar los centros de los arcos de circunferencia que forman el óvalo.

Óvalo. Ejes. 2



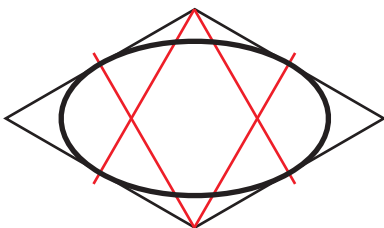
Llevar una distancia cualquiera, inferior al semieje menor, a partir de un extremo de los ejes.
Unir los puntos obtenidos y hallar su mediatriz prolongándola hasta cortar al eje menor determinando los centros de los arcos que forman el óvalo.

Óvalo. Eje mayor. 4 partes.



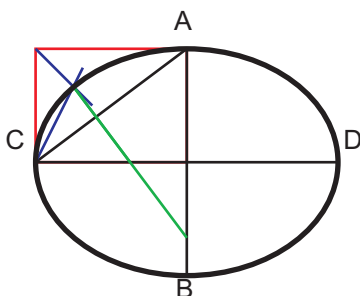
Dividir el eje mayor en cuatro partes iguales.
Desde los puntos hallados y radio un cuarta parte, trazar tres circunferencias. Las que pasan por los extremos contienen dos arcos del óvalo.
Unir los puntos de intersección que produce la circunferencia trazada desde el centro en las otras con los centros de éstas mediante una recta y prolongarla por ambos extremos para determinar los centros y los puntos de tangencia.

Óvalo. Inscrito en un rombo.



Trazar las mediatrices de los lados del rombo.
Las intersecciones de éstas son los centros de los arcos que forman el óvalo, siendo los puntos medios de los lados los de tangencia.
En el caso de que el rombo tenga dos ángulos de 60° su construcción se corresponde con la del óvalo isométrico.

Óvalo óptimo.



Construir un rectángulo de lados los semiejes mayor y menor y trazar la diagonal que une los extremos de los ejes.
Hallar el incentro del triángulo rectángulo obtenido al trazar la diagonal.
La perpendicular trazada desde el incentro a la hipotenusa del triángulo rectángulo, determina en los ejes los centros de los arcos que forman el óvalo.

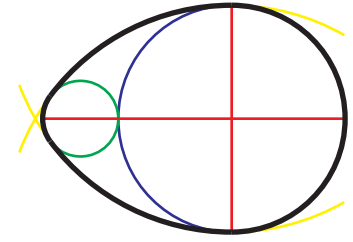
OVOIDE.

Ovoide.

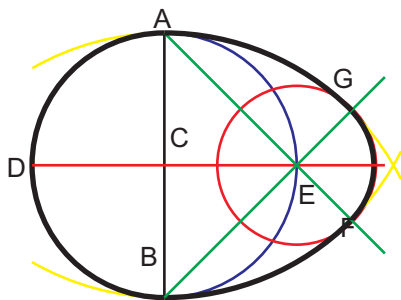
Curva cerrada y plana, formada por dos arcos iguales de circunferencia tangentes, en forma convexa, a otros dos de diferentes radios.

Tiene dos ejes perpendiculares, el mayor lo divide simétricamente.

Su aspecto recuerda la sección plana de un huevo por el eje mayor.



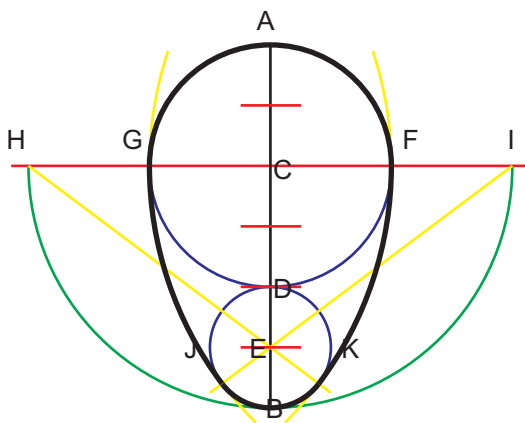
Construcción del OVOIDE.



Ovoide. Eje menor.

Trazar el primer arco del ovoide, de diámetro el eje menor, y la mediatriz de éste que contiene al eje mayor.

Los extremos del eje menor son centros de los arcos iguales y el cuarto es el punto de corte del eje mayor con la circunferencia del primero.



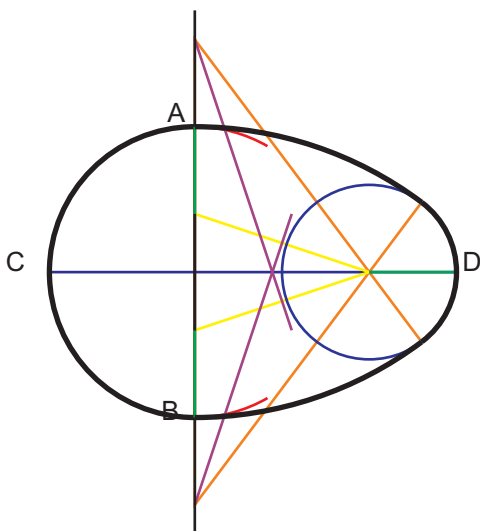
Ovoide. Eje mayor.

Dividir el eje mayor en seis partes iguales.

El centro del primer arco, de radio dos divisiones, es la segunda de éstas.

Desde el mismo punto y radio cuatro divisiones, hallar los centros de los arcos iguales en la perpendicular al eje mayor trazada por dicho punto.

El centro del cuarto arco se encuentra en el punto número cinco.



Ovoide. Ejes.

Trazar una semicircunferencia, primer arco del ovoide, de diámetro el eje menor.

Hallar la mediatriz del eje menor y llevar sobre ella la longitud del eje mayor.

En el otro extremo de este eje tomar una longitud, menor que el radio del primero, para el segundo arco y restarla también a partir de los extremos del eje menor.

Las mediatrices de los segmentos que unen los puntos obtenidos cortan las prolongaciones del eje menor determinando los centros de los arcos iguales.
